

ANÁLISIS DEL MODELO MATEMÁTICO DE CAIDA DE FO2 EN EL RB80

Exención de Responsabilidad: Los datos, gráficos y fórmulas aquí presentadas no son mas que un mero ensayo de analizar de forma matemática el funcionamiento de un rebreather de adicción pasiva como el RB80, pudiendo estos no corresponderse en ningún modo con la realidad de su funcionamiento y en consecuencia los resultados que con lo aquí presentado se puedan calcular, pueden suponer un GRAVE RIESGO PARA TU SALUD, LLEGANDO INCLUSO A PROVOCAR LA MUERTE, razón por la que si decides utilizarlos entiende que lo haces por tu cuenta y riesgo.

El RB80 es un Rebreather de tipo de adicción pasiva de mezcla fija (PASCR). De cada ciclo respiratorio se expulsa un porcentaje del gas exhalado y se recicla con gas nuevo procedente de nuestras botella. No existe un sistema adicional que añada el oxígeno que consumimos de forma metabólica, evitando por tanto la necesidad de sistemas de medición y control de la inyección de oxígeno, que como tal tiene asociado un complejo sistema electrónico.

El hecho de que en cada ciclo respiratorio se expulse una parte del gas del bucle, hace que se produzca una cierta compensación entre el consumo metabólico de O2 y la inyección de gas fresco, dado que a más consumo metabólico de O2, nuestro consumo también será mayor, sustituyendo mas cantidad de gas fresco por unidad de tiempo.

Esta característica es diferente a los SCR de inyección fija, dado que en estos si nuestro esfuerzo aumenta consumimos más O2 y la FO2 puede caer a valores muy bajos si trabajamos con inyecciones constantes de un valor bajo, y si trabajamos con inyecciones constantes de valor alto, desperdiciamos más gas.

Utilizaremos el modelo matemático del sistema para calcular la caída de la FO2, y algunas particularidades de la máquina.

El modelo matemático se deriva de la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{\partial F(t)}{\partial t} = \frac{(F_{mix} \cdot (V_O + P_a \cdot R_{mv} \cdot R) - V_O - P_a \cdot R_{mv} \cdot F(t) \cdot R)}{(P_a \cdot V_T)}$$

Donde:

F(t) es la función del valor de la Fracción de oxígeno en la mezcla en formato decimal.

Fmix es la fracción de oxígeno en la mezcla que alimenta al RB80 en formato decimal, es decir 0.5 para un nitrox 50% o 0.32 para un nitrox 32.

Pa es la presión ambiente, variable en función de la profundidad según la fórmula habitual $P_a = P_{atm} + 0.1 \cdot Prof$, donde P_{atm} es la presión atmosférica en superficie, y $Prof$ la profundidad en metros para agua dulce.

VO es el consumo metabólico de oxígeno expresado en litros/minuto. Puede variar entre 0.5 y 1.8 siendo el más normal para el cálculo el 0.8.

Rmv es el volumen de respiración en superficie en litros por minuto. Ya más conocido entre 15 l/min y 30 l/min.

R es el ratio de expulsión de gas del RB80 o ratio entre el volumen del contrapulmón sucio y el volumen del contrapulmón limpio (0.1 para el ratio 1:1, 0.125 para el ratio 1:8, 0,0714 para el ratio 1:14).

VT es el volumen total del bucle del RB80, es decir, el volumen de gas en nuestros pulmones, en las tráqueas, en el cánister y restos de espacios huecos del RB80, así como en los contrapulmones colapsados. Lo podemos aproximar en 8 litros.

t es la variable tiempo.

Si resolvemos la ecuación diferencial obtenemos el siguiente resultado (hemos planteado que las condiciones iniciales se corresponden con una mezcla en el bucle igual que la mezcla con la que alimentamos el RB80. En el caso de que previamente vengamos con otra mezcla lo habitual es hacer lavados para conseguir dicha situación.

$$F(t) = F_{mix} - \frac{1 - F_{mix}}{P_a \cdot R_{mv} \cdot R} \cdot VO \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\frac{VT}{R_{mv} \cdot R}}}\right)$$

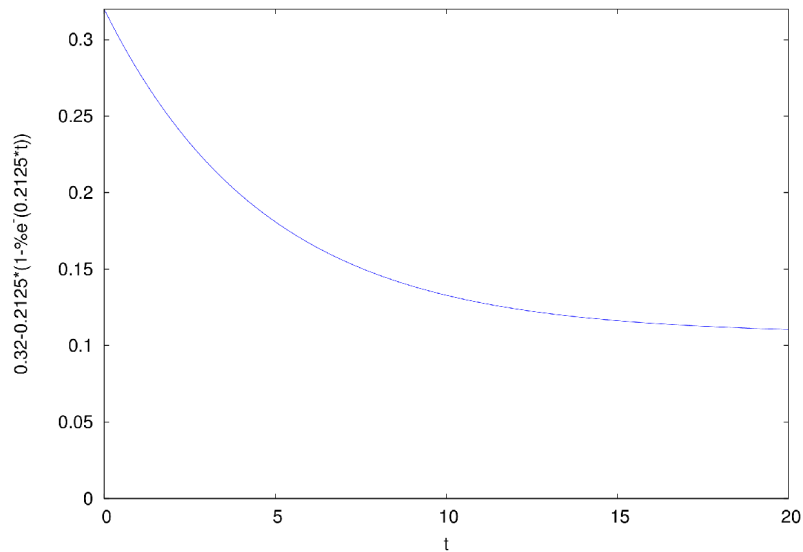
Aquí e es la constante matemática $e = 2.718281828$.

De aquí podemos obtener que cuanto t sea lo suficientemente grande la fórmula del valor de la fracción mínima de oxígeno será:

$$FO_{2min} = F_{mix} - \frac{1 - F_{mix}}{P_a \cdot R_{mv} \cdot R} \cdot VO$$

Al cociente entre R_{mv} y VO , se le suele denominar en algunos estudios la variable K , que para un individuo suele ser más o menos constante, y puede variar entre 18 para una persona en muy buena forma física y 25 o más para una persona en baja forma física. Podemos utilizar un valor de 20 para nuestros cálculos habituales.

La función de la FO2 en función del tiempo tiene una gráfica como la siguiente:



$F_{mix} = 0.32, P_a = 1.6 \text{ atm}, K = 20, V_T = 8 \text{ litros}, R_{mv} = 17 \text{ lit/min}, R = 0.1$

En ella observamos que partiendo de un determinado valor, que será el valor de la mezcla que inyectamos, a lo largo del tiempo la mezcla va cayendo hasta un determinado valor en el que se estabiliza.

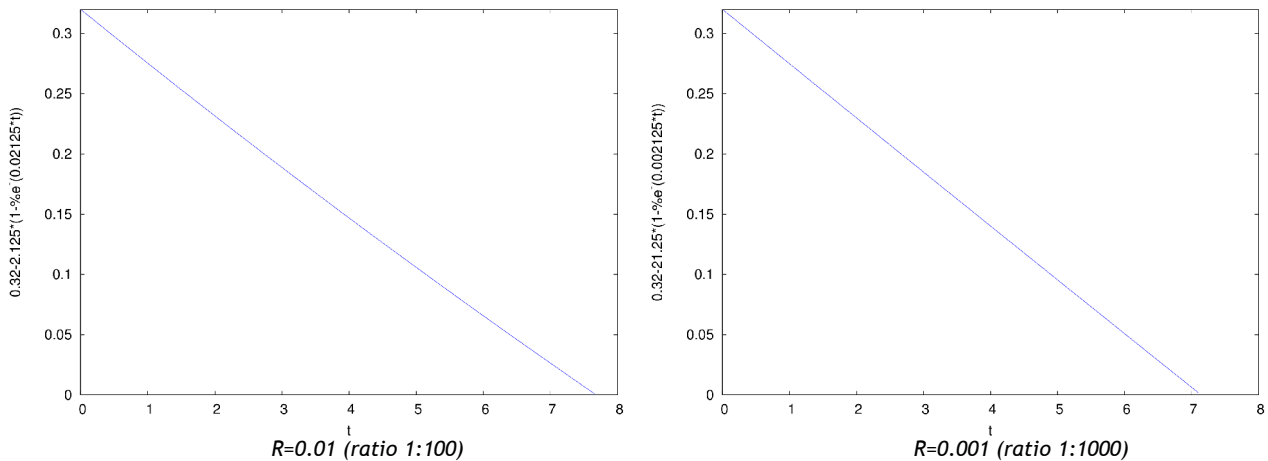
En este caso concreto hemos trazado la caída de la mezcla de nitrox 32 para una presión ambiente correspondiente a 6 metros de profundidad,, donde podemos observar que en unos 18 minutos, el valor de la mezcla será muy cercano a $FO_2 = 0.1075$, que a una presión de 1.6 atm nos dara que la $ppO_2 = 0.172$, muy cercano a niveles hipóxicos.

De la fórmula anterior obtenemos que, cuando t es aproximadamente cuatro veces el valor $\frac{V_T}{R_{mv} \cdot R}$, podemos considerar que hemos llegado a la estabilización de la mezcla alcanzando su valor de FO2 mínimo, donde podemos extraer las siguientes conclusiones:

El tiempo que tarda en caer la mezcla solo depende del volumen total del loop (V_T), el consumo en superficie y el ratio de los contrapulmones, nunca de la profundidad ni de la mezcla utilizada, ni de nuestro consumo metabólico de O_2 , aunque sabemos que este último está ligado al consumo de gas en superficie (R_{mv}).

Con los parámetros anteriores $V_T = 8$ litros, $R_{mv} = 17$ lit/min, $R = 0.1$, el tiempo de establecimiento de la mezcla viene a ser de 18 minutos.

Engañosamente podríamos creer que si el ratio fuese cero (caso de que no existiera renovación), necesitaríamos un tiempo infinito para alcanzar la estabilidad, y así es, la mezcla nunca llegaría a ser estable, cayendo de hecho a FO2 con valor cero antes de alcanzar la estabilidad, como se ve en las siguientes dos gráficas (con los mismos parámetros que la anterior pero con diferentes ratios:



La mezcla final depende de la mezcla de la que partimos (F_{mix}), de la profundidad (P_a), del ratio (R) entre los contrapulmones y de la relación entre el consumo metabólico (VO) y el consumo de gas en superficie (R_{mv}).

Destacar que todo lo aquí expuesto, se basa en números ideales, ya que habitualmente el ratio de renovación (R) se hace más alto dado que utilizamos gas para vaciar gafas, o en exalaciones profundas, podemos llegar a completar el volumen del contrapulmón, saliendo al exterior el resto del gas que exhalamos, escape de gas según el trim (cabeza a bajo la válvula del contrapulmón sucio purga el loop, cabeza arriba puede salir gas por los labios o la nariz).

CALCULO DE PUNTO EN EL QUE LA MEZCLA SE HACE HIPÓXICA.

El primer problema con esta tipología de rebreather, es que en las mezclas que utilizemos tenemos que calcular una nueva variable, que es la profundidad mínima operativa, es decir, la profundidad a la que la mezcla se vuelve hipóxica, lo que nos obligará a no utilizarla antes de esa profundidad (salvo intervalos de tiempo muy cortos a esa cota).

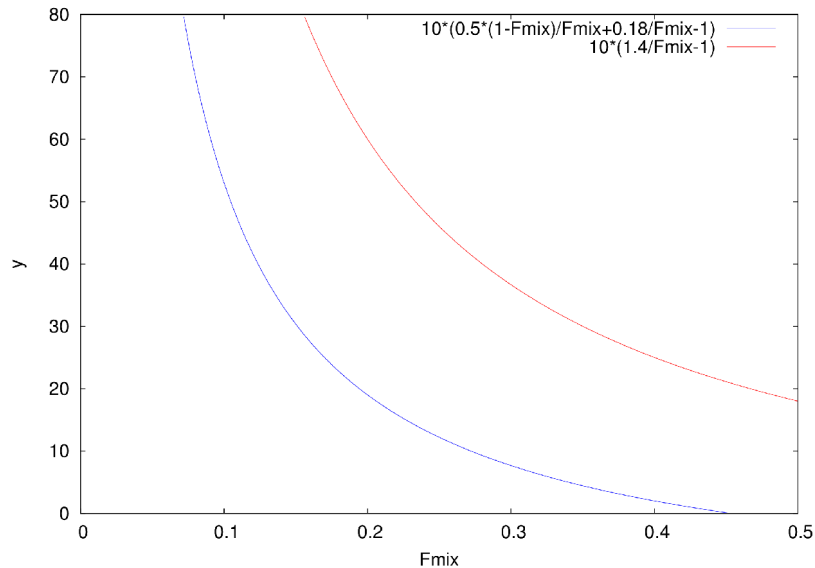
Podemos plantear que nuestro límite para considerar que la mezcla se vuelve hipóxica a 0.18 atm de ppO_2 , por lo que resolviendo la siguiente ecuación:

$$F_{O2min} \cdot P_a = P_a \cdot \left[F_{mix} - \frac{1 - F_{mix}}{P_a \cdot K \cdot R} \right] = 0.18 \quad \longrightarrow \quad P_a = \frac{0.18}{F_{mix}} + \frac{1 - F_{mix}}{F_{mix} \cdot K \cdot R}$$

En ella vemos que principalmente que a mayor K menor profundidad mínima, debido a que una persona con una forma física menor (mayor K), necesita respirar un volumen mayor de gas para la misma absorción de oxígeno que una persona en forma, incrementando el número de renovaciones de gas y con ello reduciendo el valor al que la mezcla se estabiliza pero reduciendo también el tiempo que cuesta llegar a ella y a costa de un mayor consumo de gas.

Recordar que obtenemos Pa como presión absoluta que deberemos convertir a profundidad según la conocida ecuación: Prof= 10·(Pa-1).

Como vemos en la gráfica siguiente, la única mezcla estandar respirable desde los 0 metros sería una con contenido en oxígeno del 50%, y nos muestra que una mezcla con contenido del 21% de oxígeno no la podemos empezar a respirar más que a partir de 18 metros, por eso no se puede utilizar el RB80 con Aire desde los cero metros.



Línea azul marca la profundidad mínima para $ppO_2=0.18$, línea roja marca profundidad máxima para $ppO_2=1.4$

CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD APARENTE PARA LA DECO.

Este es uno de los caballos de batalla de los detractores de este rebreather, alegando que dada la caída de la fracción de oxígeno, se producirá una necesidad de descompresión mucho mayor, y esto es real, pero veamos cuanto.

Empezaremos nuestro análisis con el cálculo de la profundidad "aparente" de fondo que utilizaremos para calcular la deco.

Dicha profundidad aparente la obtenemos multiplicando la presión ambiente a la profundidad real, por el % de gases inertes en la mezcla respirada, y dividido por el % de gases inertes en la mezcla que hubiéramos respirado en abierto.

Para llegar a un resultado más significativo en este cálculo, lo que realmente vamos a calcular es la diferencia entre la profundidad real y la aparente según la ecuación:

$$\text{Diferencia Presion Aparente} = Pa \cdot \frac{1 - FO_2}{1 - F_{mix}} - Pa \quad \longrightarrow \quad DPA = Pa \cdot \left[\frac{1 - \left[F_{mix} - \frac{1 - F_{mix}}{Pa \cdot R_{mv} \cdot R} \cdot VO \right]}{1 - F_{mix}} - 1 \right]$$

Simplificando obtenemos un resultado realmente interesante, donde vemos que la diferencia de presión no depende de nada a excepción de nuestra constante K y el ratio de renovación R:

$$\text{Diferencia Presión Aparente} = \frac{VO}{(Rmv \cdot R)} = \frac{1}{(K \cdot R)}$$

Para los parámetros que manejamos K=20, R=0.1, la diferencia de presión es 0.5 atm, es decir, la profundidad aparente para el cálculo de la deco es 5 metros más que la deco con la mezcla inyectada y la profundidad real a la que nos encontremos.

Lo mejor de todo es que este resultado no depende de la propia profundidad, la mezcla que usemos y el esfuerzo que estemos realizando, solo de nuestra K y el ratio R de renovación del RB.

De esta manera, usemos el método que usemos para el cálculo de nuestra deco, nos basta con añadir cinco metros más a la profundidad real a la que vayamos a estar para calcular las necesidades de deco si la hacemos en abierto.

Para plantear la deco en cerrado, el cálculo del efecto de la caída de la FO2 resulta más complicado, dado que dependerá del tejido "director" que estemos desaturando, su valor M, y su carga de inertes....Esto lo dejaré para un posible análisis futuro.

CÁLCULO DEL TIEMPO EN EL QUE LA MEZCLA CAE UN PORCENTAJE X.

Como ya hemos visto, la FO2 mínima se alcanza transcurrido un cierto tiempo igual a $4 \cdot \frac{VT}{Rmv \cdot R}$, que con los valores habituales para estos parámetros es aproximadamente de 18 minutos. Evidentemente nos puede interesar saber en ciertas ocasiones en cuanto tiempo cae la mezcla un porcentaje X, para hacer lavados del bucle respiratorio en base a ese tiempo y evitar una mayor caída de la mezcla (p.e. en deco).

Para un porcentaje X, expresado en decimales, la fórmula a utilizar será:

$$X = \frac{Fmix - \left[Fmix - \frac{1 - Fmix}{Pa \cdot K \cdot R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{VT} \cdot \frac{Rmv \cdot R}{1}} \right) \right]}{Fmix} = \frac{(1 - Fmix) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{VT} \cdot \frac{Rmv \cdot R}{1}} \right)}{(Fmix \cdot Pa \cdot K \cdot R)}$$

Despejando de aquí la t, el resultado quedará: $t = \frac{VT}{Rmv \cdot R} \cdot \ln \left[\frac{(Fmix - 1)}{(Fmix \cdot Pa \cdot x \cdot K \cdot R + Fmix - 1)} \right]$ Recordad que aquí la x es el porcentaje expresado en decimales.